

Prof. Dr. Alfred Toth

Hierarchisches Wachstum von Umgebungsrelationen

1. Bekanntlich gilt für jedes Element x

$$x \in N(x)$$

$$x \notin U(x),$$

d.h. eine Zahl, ein Zeichen oder ein Objekt kann zwar sein eigener Nachbar, nicht aber seine eigene Umgebung sein (vgl. Toth 2018).

Diese Differenzierung zwischen Nachbarschafts- und Umgebungsrelation hat gravierende Konsequenzen für die drei genannten Entitäten. Stehe als Beispiel das Subzeichen (2.2) der von Bense (1975, S. 37) eingeführten kleinen semiotischen Matrix.

1.1. von Neumann-Umgebung von (2.2)



1.2. Moore-Umgebung von (2.2)



Nun werden diese Umgebungen allerdings im Widerspruch zu unseren obigen Definitionen als „Nachbarschaften“ bezeichnet. Würde wirklich $x \in N(x)$ gelten, so bekämen wir

1.3. von Neumann-Nachbarschaft von (2.2)

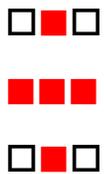


1.5. Moore-Nachbarschaft von (2.2)

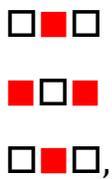


Gehen wir nun aber von unseren Definitionen aus, so bekommen wir

1.6. Nachbarschaft von (2.2)

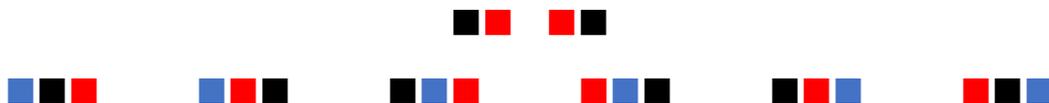


1.7. Umgebung von (2.2)

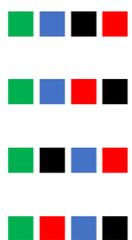


d.h. nur 2.7. korrespondiert mit der Moore-Umgebung von (2.2).

2. Völlig unbrauchbar ist die Unterscheidung von von Neumann- und Moore-„Nachbarschaften“ bei linearen Systemen (etwa Peanozahlenfolgen oder adjazenten ortsfunktionalen Zahlen). Hier bekommen wir allerdings mit jedem neuen Element eine neue Zahlenfolge, die aus der ursprünglichen eine Hierarchie entstehen läßt



Für $n = 1$ haben wir also $2! = 2$ Folgen, für $n = 2$ haben wir $3! = 6$ Folgen. Bereits auf der Stufe $n = 3$ bekommen wir $4! = 24$ Folgen.





Insgesamt haben wir also pro Stufe und Anzahl Plätze der zweidimensional wachsenden zellulären Automaten

n	Kombinationen
1	2
2	6
3	24
4	120
5	720
6	5040
7	40320
8	362880
9	3628800
10	39916800, usw.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Nachbarschaftsrelationen bei zellulären Automaten. In:
Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2018

26.12.2018